Vorlesung Wissensentdeckung

Apriori

Katharina Morik, Claus Weihs

LS 8 Informatik
Computergestützte Statistik
Technische Universität Dortmund

16.7.2009

Gliederung

Lernen von Assoziationsregeln

Gegeben:

- R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben
- t eine Transaktion, $t \subseteq R$
- r eine Menge von Transaktionen
- $S_{min} \in [0, 1]$ die minimale Unterstützung,
- $Conf_{min} \in [0, 1]$ die minimale Konfidenz

Finde alle Regeln c der Form $X \rightarrow Y$, wobei $X \subseteq R$, $Y \subseteq R$, $X \cap Y = \{\}$

$$s(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \in t\}|}{|r|} \geq s_{min} \quad (1)$$

$$conf(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \in t\}|}{|\{t \in r \mid X \in r\}|} \geq conf_{min} \quad (2)$$

Binäre Datenbanken

Sei R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben, und r eine Menge von Transaktionen, dann ist $t \subseteq R$ eine Transaktion.

$$R = \{A, B, C\}$$

$$t = \{B, C\} \in R$$

A	B	C	ID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4

Warenkorbanalyse

Aftershave	Bier	Chips	EinkaufsID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4

$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier}\}$ $\quad s = \frac{1}{4}, conf = \frac{1}{2}$

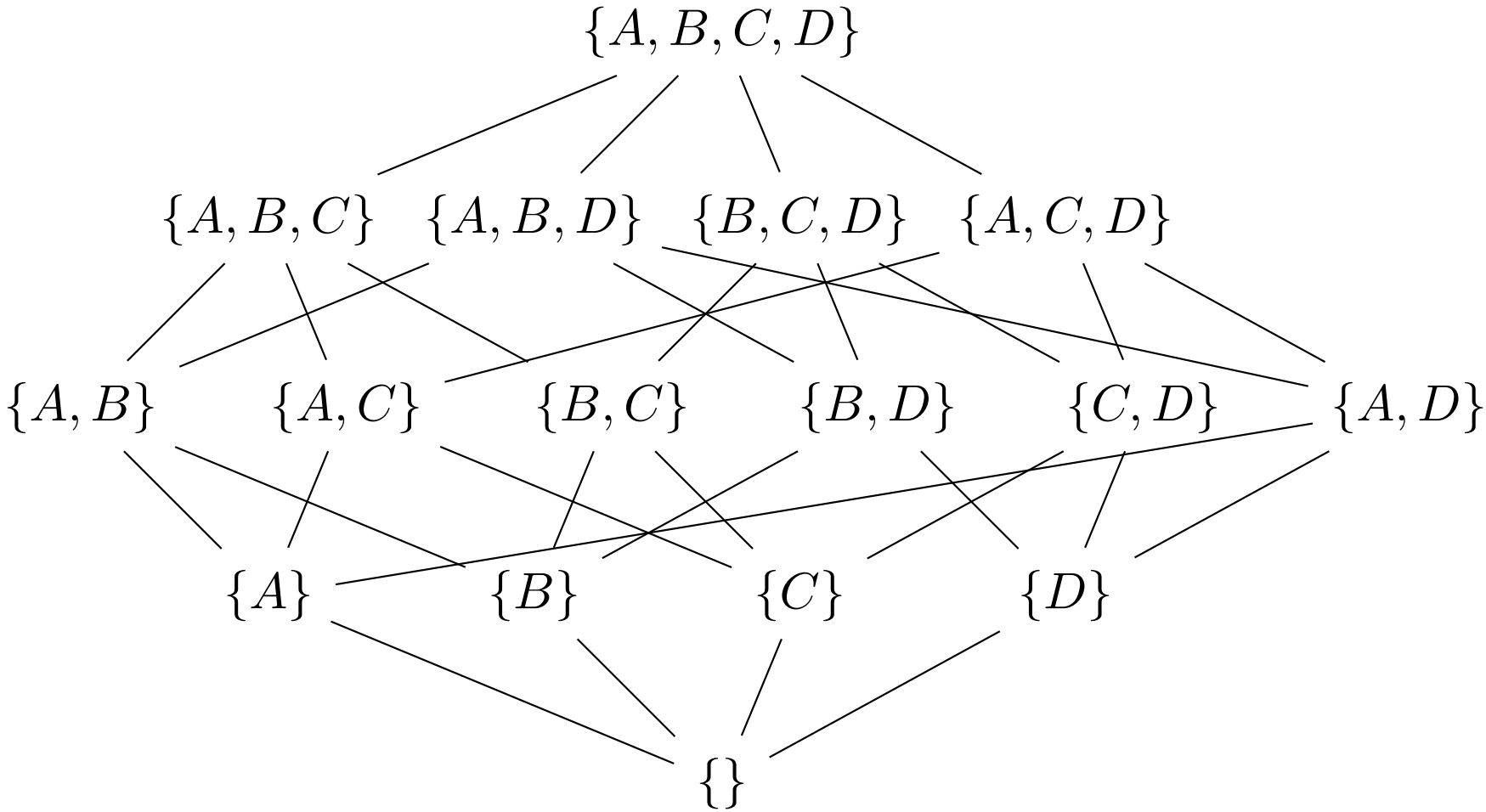
$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Chips}\}$ $\quad s = 0$

$\{\text{Bier}\} \rightarrow \{\text{Chips}\}$ $\quad s = \frac{1}{2}, conf = \frac{2}{3}$ (zusammen anbieten?)

$\{\text{Chips}\} \rightarrow \{\text{Aftershave}\}$ $\quad s = 0$

$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier, Chips}\}$ $\quad s = 0$

Verband



Ordnungsrelation

- Hier ist die Ordnungsrelation die Teilmengenbeziehung.
- Eine Menge S_1 ist größer als eine Menge S_2, wenn $S_1 \supseteq S_2$.
- Eine kleinere Menge ist allgemeiner.

Assoziationsregeln

LH: Assoziationsregeln sind keine logischen Regeln!

- In der Konklusion können mehrere Attribute stehen
- Attribute sind immer nur binär.
- Mehrere Assoziationsregeln zusammen ergeben kein Programm.

LE: Binärvektoren (Transaktionen)

- Attribute sind eindeutig geordnet.

Aufgabe:

- Aus häufigen Mengen Assoziationsregeln herstellen

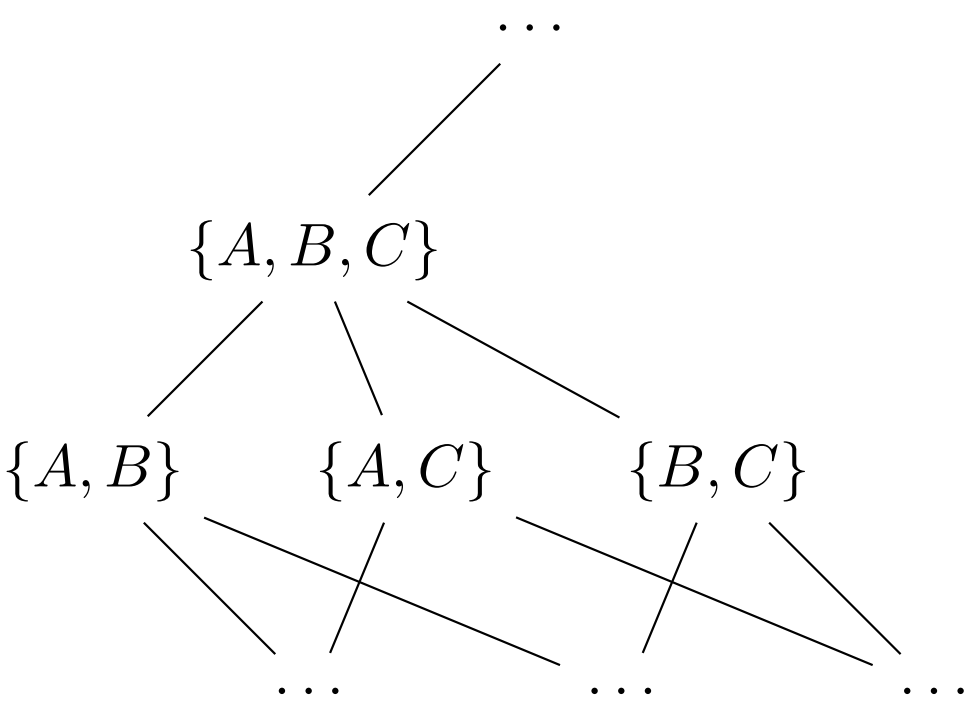
Apriori Algorithmus
(Agrawal, Mannila, Srikant, Toivonen, Verkamo 1996)

LH des Zwischenschritts: Häufige Mengen $L_k = X \cup Y$ mit k Objekten (large itemsets, frequent sets)

- Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen. (Anti-Monotonie)
- Wenn eine Menge selten ist, so auch all ihre Obermengen. (Monotonie)
- Wenn X in L_{k+1} dann alle $S_i \subseteq X$ in L_k (Anti-Monotonie)
- Alle Mengen L_k, die $k-1$ Objekte gemeinsam haben, werden vereinigt zu L_{k+1}.

Dies ist der Kern des Algorithmus, die Kandidatengenerierung.

Beispiel



- Wenn $\{A, B, C\}$ häufig ist, dann sind auch $\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ häufig.
- Das bedeutet, daß$\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ ($k = 2$) häufig sein müssen, damit $\{A, B, C\}$ ($k + 1 = 3$) häufig sein *kann*.
- Also ergeben die häufigen Mengen aus L_k die Kandidaten C_{k+1}

Beispiel

Gesucht werden Kandidaten mit $k+1=5$

$L_4 = \{\{ABCD\},\{ABCE\},\{ABDE\},\{ACDE\},\{BCDE\}\}$

- $k-1$ Stellen gemeinsam vereinigen zu:

$$l = \{ABCDE\}$$

- Sind alle k langen Teilmengen von l in L_4?
  $\{ABCD\}\{ABCE\}\{ABDE\}\{ACDE\}\{BCDE\}$ - ja!
- Dann wird l Kandidat C_5.

$L4 = ABCD, ABCE$

$l = ABCDE$

- Sind alle Teilmengen von l in L_4?
  $\{ABCD\}\{ABCE\}\{ABDE\}\{ACDE\}\{BCDE\}$ - nein!
- Dann wird l nicht zum Kandidaten.

Kandidatengenerierung

- Erzeuge-Kandidaten(L_k)
  - $C_{k+1} := \{\}$
  - For all l_1, l_2 in L_k, sodass

$$l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} \text{ und}$$

$$l_2 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i'_k\} i'_k < i_k$$

    - $l := \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k, i'_k\}$
    - if alle k-elementigen Teilmengen von l in L_k sind, then

$$C_{k+1} := C_{k+1} cup \{l\}$$

    - return C_{k+1}

- Prune(C_{k+1}, r) vergleicht Häufigkeit von Kandidaten mit s_{min}.

Häufige Mengen

- Häufige-Mengen(R, r, s_{min})
  - $C_1 := \cup_{i \in \mathbb{R}} i$, $k = 1$
  - $L_1 :=$ Prune(C_1)
  - while $L_k \neq \{\}$
    - $C_{k+1} :=$ Erzeuge-Kandidaten(L_k)
    - $L_{k+1} :=$ Prune(C_{k+1}, r)
    - $k := k + 1$
    - return $cup_{j=2}^{k} L_j$

APRIORI

- Apriori(R, r, s_{min}, $conf_{min}$)
  - L :=Häufige-Mengen(R, r, s_{min})
  - c :=Regeln (L, $conf_{min}$)
  - return c

Regelgenerierung

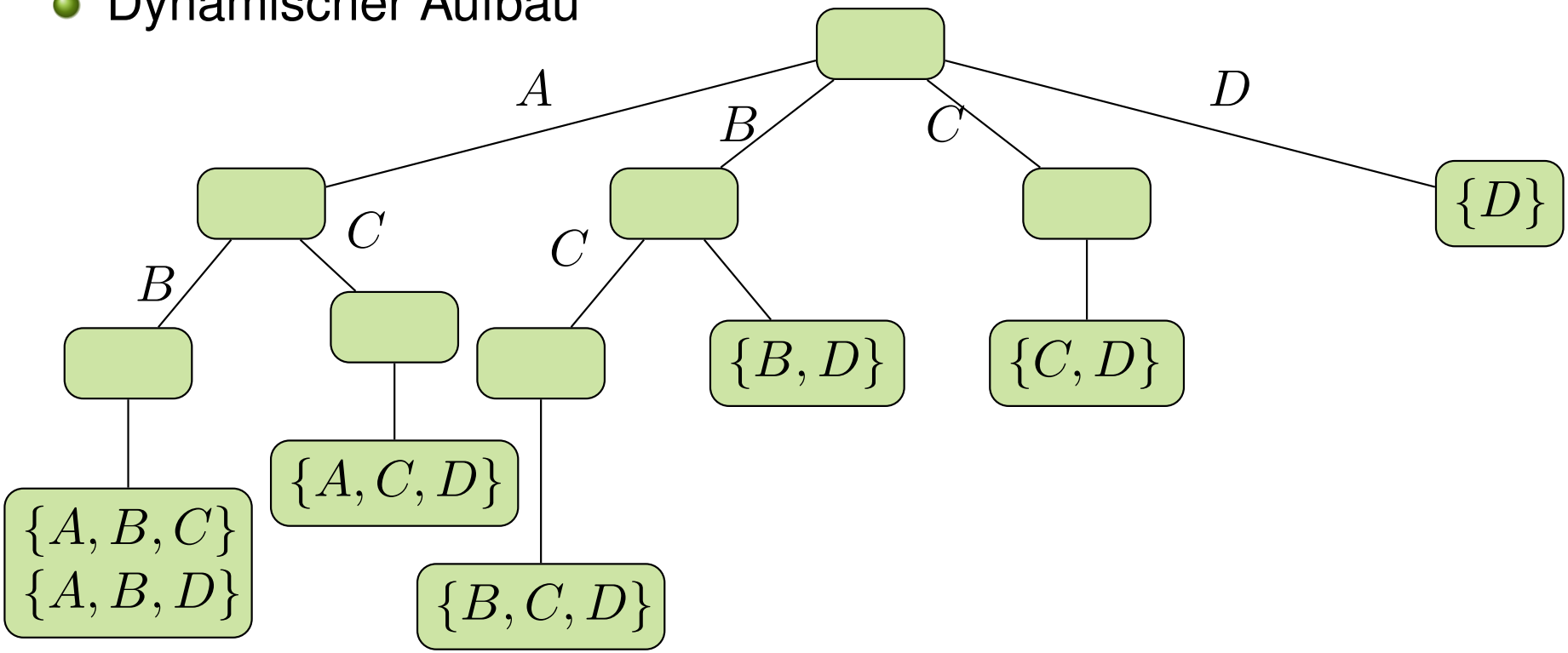
Aus den häufigen Mengen werden Regeln geformt. Wenn die Konklusion länger wird, kann die Konfidenz sinken. Die Ordnung der Attribute wird ausgenutzt:

$$
\begin{array}{lll}
l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} & c_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}\} \rightarrow \{i_k\} & conf_1 \\
l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} & c_2 = \{i_1, \cdots\} \rightarrow \{i_{k-1}, i_k\} & conf_2 \\
\cdots & \cdots & \cdots \\
l_1 = \{i_1, \cdots, i_{k-1}, i_k\} & c_k = \{i_1\} \rightarrow \{\cdots, i_{k-1}, i_k\} & conf_k
\end{array}
$$

$$conf_1 \geq conf_2 \geq \cdots \geq conf_k$$

Implementierung

- Hash-Tree für den Präfixbaum, der sich aus der Ordnung der Elemente in den Mengen ergibt.
- An jedem Knoten werden Schlüssel und Häufigkeit gespeichert.
- Dynamischer Aufbau



Was wissen Sie jetzt?

- Assoziationsregeln sind keine logischen Regeln.
- Anti-Monotonie der Häufigkeit: Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen.
- Man erzeugt häufige Mengen, indem man häufige Teilmengen zu einer Menge hinzufügt und diese Mengen dann auf Häufigkeit testet. Bottom-up Suche im Verband der Mengen.
- Monotonie der Seltenheit: Wenn eine Teilmenge selten ist, so auch jede Menge, die sie enthält.
- Man beschneidet die Suche, indem Mengen mit einer seltenen Teilmenge nicht weiter betrachtet werden.

Probleme von Apriori

- Im schlimmsten Fall ist Apriori exponentiell in R, weil womöglich alle Teilmengen gebildet würden. In der Praxis sind die Transaktionen aber spärlich besetzt. Die Beschneidung durch s_{min} und $conf_{min}$ reicht bei der Warenkorbanalyse meist aus.
- Apriori liefert unglaublich viele Regeln.
- Die Regeln sind höchst redundant.
- Die Regeln sind irreführend, weil die Kriterien die a priori Wahrscheinlichkeit nicht berücksichtigen. Wenn sowieso alle Cornflakes essen, dann essen auch hinreichend viele FuSSballer Cornflakes.

Prinzipien für Regelbewertungen

1. $RI(A \to B) = 0$, wenn $|A \to B| = \frac{(|A||B|)}{|r|}$
   A und B sind unabhängig.
2. $RI(A \to B)$ steigt monoton mit $|A \to B|$.
3. $RI(A \to B)$ fällt monoton mit $|A|$ oder $|B|$.

Also:

- $RI > 0$, wenn $|A \to B| > \frac{(|A||B|)}{|r|}$, d.h. wenn A positiv mit B korreliert ist.
- $RI < 0$, wenn $|A \to B| > \frac{(|A||B|)}{|r|}$, d.h. wenn A negativ mit B korreliert ist.

Wir wissen, dass immer $|A \to B| \leq |A| \leq |B|$ gilt, also

- RI_{min}, wenn $|A \to B| = |A|$ oder $|A| = |B|$
- RI_{max}, wenn $|A \to B| = |A| = |B|$

Piatetsky-Shapiro 1991

Konfidenz

- Die Konfidenz erfüllt die Prinzipien nicht! (Nur das 2.) Auch unabhängige Mengen A und B werden als hoch-konfident bewertet.
- Die USA-Census-Daten liefern die Regel

$$\text{aktiv-militär} \rightarrow \text{kein-Dienst-in-Vietnam}$$

mit 90% Konfidenz. Tatsächlich ist $s(\text{kein-Dienst-in-Vietnam}) = 95\%$ Es wird also wahrscheinlicher, wenn aktiv-militär gegeben ist!

- Gegeben eine Umfrage unter 2000 Schülern, von denen 60% Basketball spielen, 75% Cornflakes essen. Die Regel

$$\text{Basketball} \rightarrow \text{Cornflakes}$$

hat Konfidenz 66% Tatsächlich senkt aber Basketball die Cornflakes Häufigkeit!

Signifikanztest

- Ein einfaches Maß, das die Prinzipien erfüllt, ist:

$$|A \to B| - \frac{|A||B|}{|r|}$$

- Die Signifikanz der Korrelation zwischen A und B ist:

$$\frac{|A \to B| - \frac{|A||B|}{|r|}}{\sqrt{|A||B|\left(1 - \frac{A}{r}\right)\left(1 - \frac{|B|}{|r|}\right)}}$$

Sicherheitsmaß

Shortliffe, Buchanan 1990 führten ein SicherheitsmaßCF ein (für Regeln in Wissensbasen)

- Wenn $conf(A \rightarrow B) > s(B)$
  $CF(A \rightarrow B) = conf(A \rightarrow B) - \frac{s(B)}{1-s(B)}$
- Wenn $conf(A \rightarrow B) < s(B)$
  $CF(A \rightarrow B) = conf(A \rightarrow B)$
- Sonst
  $CF(A \rightarrow B) = 0$

Das Sicherheitsmaßbefolgt die Prinzipien für Regelbewertung. Wendet man Signifikanztest oder Sicherheitsmaßan, erhält man weniger (irrelevante, irreführende) Assoziationsregeln.

Was wissen Sie jetzt?

- Sie haben drei Prinzipien für die Regelbewertung kennengelernt:
  - Unabhängige Mengen sollen mit 0 bewertet werden.
  - Der Wert soll höher werden, wenn die Regel mehr Belege hat.
  - Der Wert soll niedriger werden, wenn die Mengen weniger Belege haben.
- Sie haben drei Maße kennen gelernt, die den Prinzipien genügen:
  - Einfaches Maß
  - statistisches Maß und
  - Sicherheitsmaß

Jiawei Han and Micheline Kamber

Data Mining: Concepts and Techniques

Slides for Textbook - Chapter 6

Intelligent Database Systems Research Lab.

School of Computing Science.

Simon Fraser University, Canada.

http://www.cs.sfu.ca

Mining Frequent Patterns Without Candidate Generation

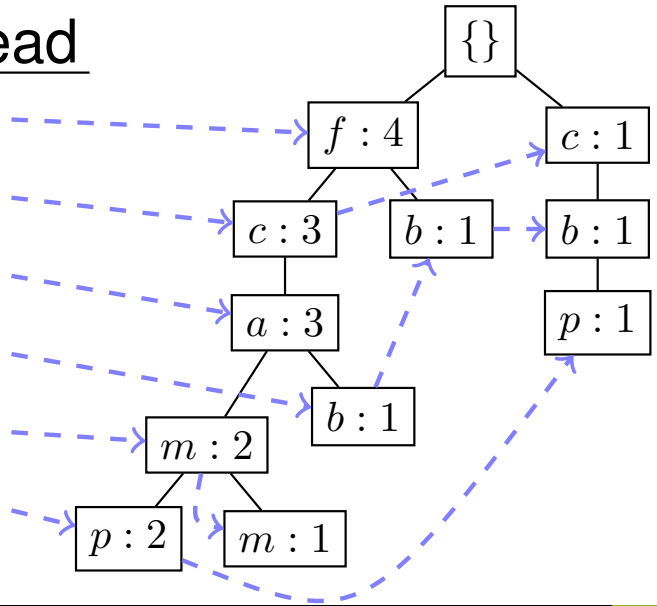
- Compress a large database into a compact, Frequent-Pattern tree (FP-tree) structure
  - highly condensed, but complete for frequent pattern mining
  - avoid costly database scans
- Develop an efficient, FP-tree-based frequent pattern mining method
  - A divide-and-conquer methodology: decompose mining tasks into smaller ones
  - Avoid candidate generation: sub-database test only!

Construct FP-tree from a Transaction DB

TID	Items bought	(ordered) frequent items
100	$\{f, a, c, d, g, i, m, p\}$	$\{f, c, a, m, p\}$
200	$\{a, b, c, f, l, m, o\}$	$\{f, c, a, b, m\}$
300	$\{b, f, h, j, o\}$	$\{f, b\}$
400	$\{b, c, k, s, p\}$	$\{c, b, p\}$
500	$\{a, f, c, e, l, p, m, n\}$	$\{f, c, a, m, p\}$

$support_{min} = 0.5$

Item	$freq$	head
f	4	
c	4	
a	3	
b	3	
m	3	
p	3	



1. Scan DB once, find frequent 1-itemset (single item pattern)
2. Order frequent items in frequency descending order
3. Scan DB again, construct FP-tree

FP-Tree

- Ein FP Tree ist nach Häufigkeiten (von oben nach unten) geordnet.
- Ein FP Tree fasst Transaktionen als Wörter auf und stellt gemeinsame Präfixe verschiedener Wörter dar.
- Für jede Transaktion lege einen Pfad im FP Tree an:
  - Pfade mit gemeinsamem Präfix - Häufigkeit $+1$, Suffix darunter hängen.
  - Kein gemeinsamer Präfix vorhanden - neuen Zweig anlegen.
- Header Tabelle verweist auf das Vorkommen der items im Baum. Auch die Tabelle ist nach Häufigkeit geordnet.

Benefits of the FP-tree Structure

- Completeness:
  - never breaks a long pattern of any transaction
  - preserves complete information for frequent pattern mining
- Compactness:
  - reduce irrelevant information - infrequent items are gone
  - frequency descending ordering: more frequent items are more likely to be shared
  - never be larger than the original database (if not count node-links and counts)
  - Example: For Connect-4 DB, compression ratio could be over 100

Mining Frequent Patterns Using FP-tree

- General idea (divide-and-conquer)
  - Recursively grow frequent pattern path using the FP-tree
- Method
  - For each item, construct its *conditional pattern-base*, and then its *conditional* FP*-tree*
  - Repeat the process on each newly created conditional FP-tree
  - Until the resulting FP-tree is *empty*, or it contains *only one path* (single path will generate all the combinations of its sub-paths, each of which is a frequent pattern)

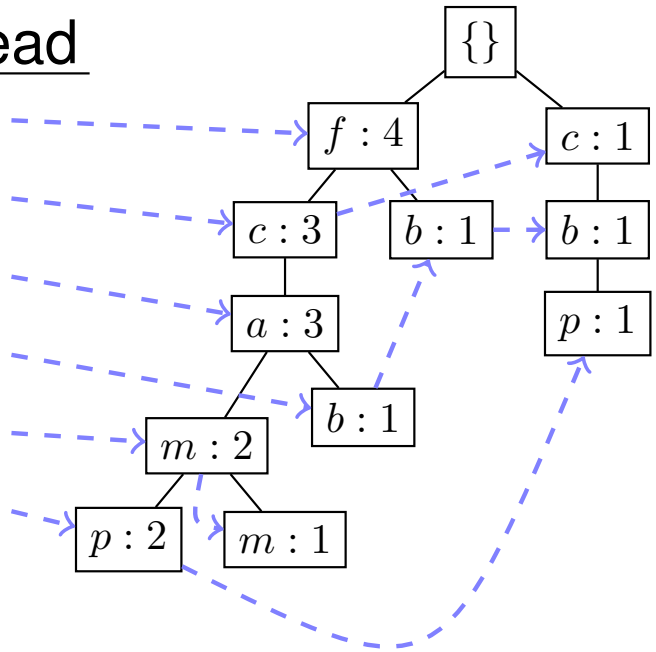
Major Steps to Mine FP-tree

1. Construct conditional pattern base for each node in the FP-tree
2. Construct conditional FP-tree from each conditional pattern-base
3. Recursively mine conditional FP-trees and grow frequent patterns obtained so far
   - If the conditional FP-tree contains a single path, simply enumerate all the patterns

Step 1: From FP-tree to Conditional Pattern Base

- Starting at the frequent header table in the FP-tree
- Traverse the FP-tree by following the link of each frequent item
- Accumulate all of transformed prefix paths of that item to form a conditional pattern base

Item	$freq$	head
f	4	
c	4	
a	3	
b	3	
m	3	
p	3	



Item	conditional pattern base
c	$f : 3$
a	$fc : 3$
b	$fca : 1, f : 1, c : 1$
m	$fca : 2, fcab : 1$
p	$fcam : 2, cb : 1$

Vom FP Tree zur Cond. Pattern Base

- Die Header Tabelle von unten (selten) nach oben durchgehen. Die Verweise führen zu den Pfaden, in denen das item vorkommt.
  - Das item wird als Suffix betrachtet und alle Präfixe davon als Bedingungen für dies Suffix.
  - Die Häufigkeiten der Präfixe werden von unten nach oben propagiert.

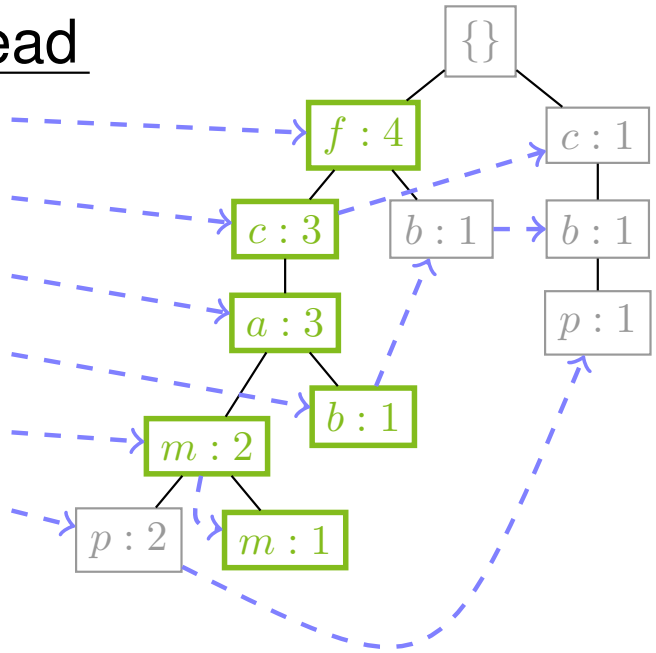
Properties of FP-tree for Conditional Pattern Base Construction

- Node-link property
  - For any frequent item a_i, all the possible frequent patterns that contain ai can be obtained by following a_i's node-links, starting from a_i's head in the FP-tree header
- Prefix path property
  - To calculate the frequent patterns for a node a_i in a path P, only the prefix sub-path of a_i in P need to be accumulated, and its frequency count should carry the same count as node a_i.

Step 2: Construct Conditional FP-tree

- For each pattern-base
  - Accumulate the count for each item in the base
  - Construct the FP-tree for the frequent items of the pattern base

Item	$freq$	head
f	4	
c	4	
a	3	
b	3	
m	3	
p	3	

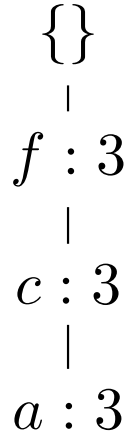


$\Longrightarrow$

m-conditional pattern base:

$fca : 2, fcab : 1$

m-conditional FP-tree:



m-conditional FP-tree

m-conditional pattern base:

$fca : 2, fcab : 1$

m-conditional FP-tree:

$\{\}$

|

$f : 3$

|

$c : 3$

|

$a : 3$

$\Longrightarrow$

All frequent patterns concerning m

- m
- fm, cm, am
- fcm, fam, cam
- $fcam$

Mining Frequent Patterns by Creating Conditional Pattern-Bases

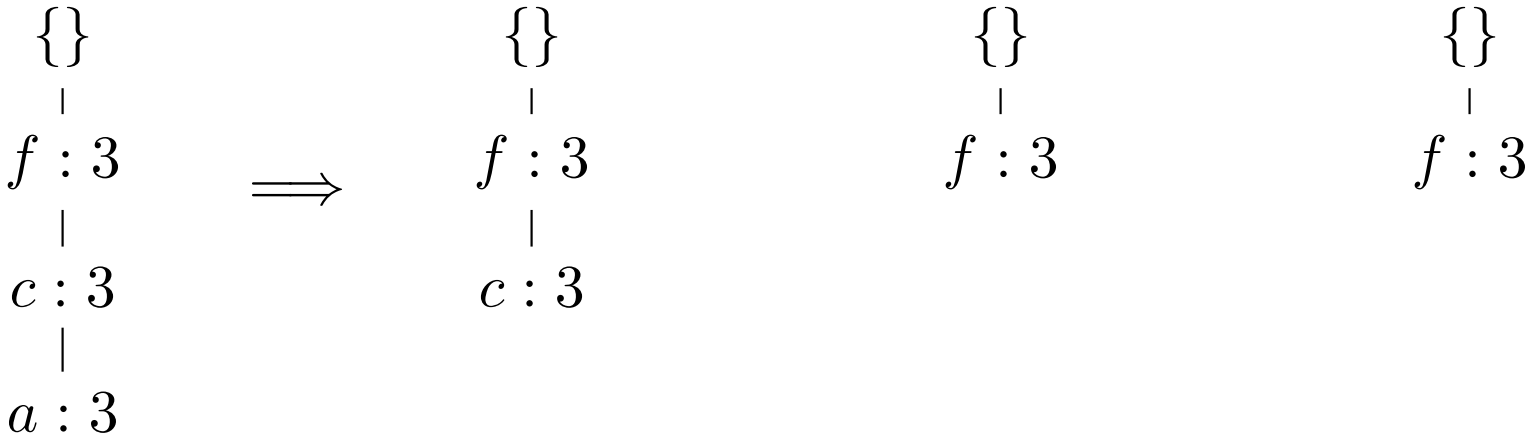
Item	Conditional pattern-base	conditional FP-tree
p	$\{(fcam:2),(cb:1)\}$	$\{(c:3)\}\|p$
m	$\{(fca:2),(fcab:1)\}$	$\{(f:3,c:3,a:3)\}\|m$
b	$\{(fca:1),(f:1),(c:1)\}$	Empty
a	$\{(fc:3)\}$	$\{((f:3,c:3)\}\|a$
c	$\{(f:3)\}$	$\{(f:3)\}\|c$
f	Empty	Empty

Cond. Pattern Base - Cond. FP Tree

- Präfixpfade eines Suffixes bilden die bedingte Basis.
- Diejenigen Präfixpfade, die häufiger als $support_{min}$ sind, bilden den bedingten FP Tree.
- Falls mehrere dieser Präfixpfade zu einem Suffix gleich sind (vom Anfang bis zu einer bestimmten Stelle), wird daraus ein Pfad bis zu dieser Stelle und die ursprünglichen Häufigkeiten werden addiert.
- Ansonsten gibt es mehrere Pfade im bedingten Baum.

Step 3: Recursively mine the conditional FP-tree

	Cond. pattern base of "am": $(fc:3)$	Cond. pattern base of "cm": $(f:3)$	Cond. pattern base of "cam": $(f:3)$
m-conditional FP-tree:	am-conditional FP-tree:	cm-conditional FP-tree:	cam-conditional FP-tree:



Single FP-tree Path Generation

- Suppose an FP-tree T has a single path P
- The complete set of frequent pattern of T can be generated by enumeration of all the combinations of the sub-paths of P

m-conditional FP-tree:

$$\{\}$$
$$|$$
$$f:3$$
$$|$$
$$c:3$$
$$|$$
$$a:3$$

$\Longrightarrow$

All frequent patterns concerning m

- m
- fm, cm, am
- fcm, fam, cam
- $fcam$

Cond. FP Tree - frequent sets

- Alle Teilmuster im bedingten FP Baum, der nur ein Zweig ist, und des Suffixes bilden die Menge häufiger Muster.
- Die gesuchte Menge der häufigen Mengen ist die Gesamtheit alles häufiger Muster aus allen bedingten FP Bäumen.

Principles of Frequent Pattern Growth

- Pattern growth property
  - Let α be a frequent itemset in DB, B be α's conditional pattern base, and β be an itemset in B. Then $\alpha \cup \beta$ is a frequent itemset in DB iff β is frequent in B.
- "$abcdef$" is a frequent pattern, if and only if
  - "$abcde$" is a frequent pattern, and
  - "f" is frequent in the set of transactions containing "$abcde$"

Algorithmus FP_growth

Input:

- D eine Transaktionsdatenbank
- $support_{min}$ ein Schwellwert der Häufigkeit

1. Scan von D, Erstellen der Menge F häufiger items und ihrer Häufigkeiten, Ordnen von F in absteigender Häufigkeit.
2. Wurzel des FP Trees ist Null. Für jede Transaktion Trans in D:
   nach Häufigkeit gemäßF geordnete items in Trans werden zur Liste $[p|P]$, wobei p das erste item und P die restlichen sind. $insert\_tree([p|P], T)$
3. $FP\_growth(FP\_tree, null)$

$insert\_tree([p|P], T)$

- Wenn T ein Kind N hat mit $N.item\_name = p.item\_name$ dann erhöhe Häufigkeit von $N + 1$.
- Sonst bilde neuen Knoten N mit Häufigkeit $= 1$ direkt unter T und füge Knotenverweise zu den Knoten mit dem selben $item.name$ ein.
- Solange P nicht $\{\}$ ist, $insert\_tree(P, N)$.

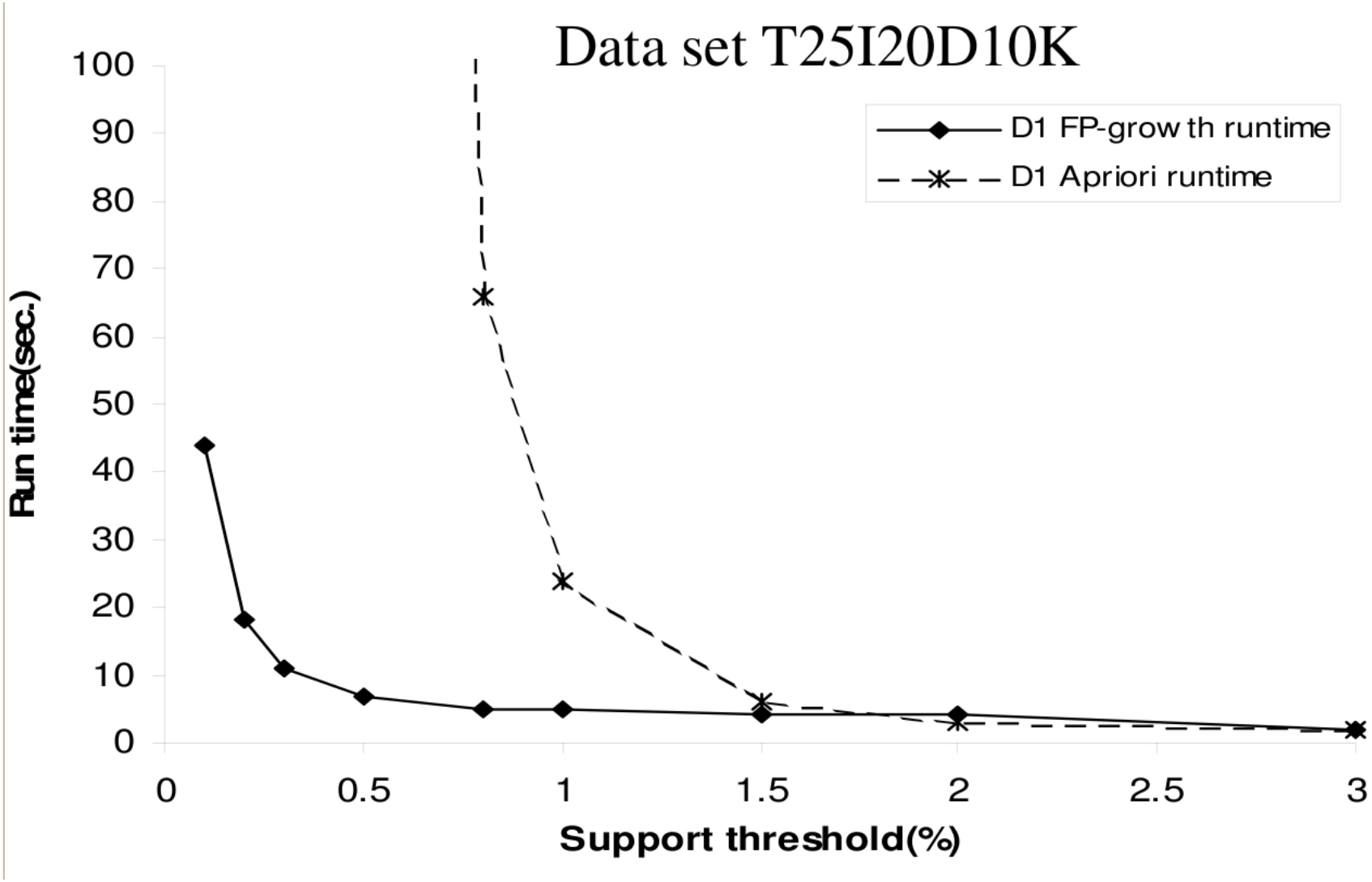
$fp\_growth(Tree, \alpha)$

- Wenn Tree ein einziger Pfad P ist,
  - dann generiere für jede Kombination β von Knoten in P Muster $\beta \cup \alpha$ mit $support = support_{min}$ eines items in β.
- Sonst für jedes a_i in header von Tree
  - generiere Muster $\beta = a_i \cup \alpha$ mit $s = a_i.s$
  - konstruiere β cond. base und daraus β cond. FP tree $Tree_\beta$
  - Wenn $Tree_\beta$ nicht $\{\}$, dann $fp\_growth(Tree_\beta, \beta)$

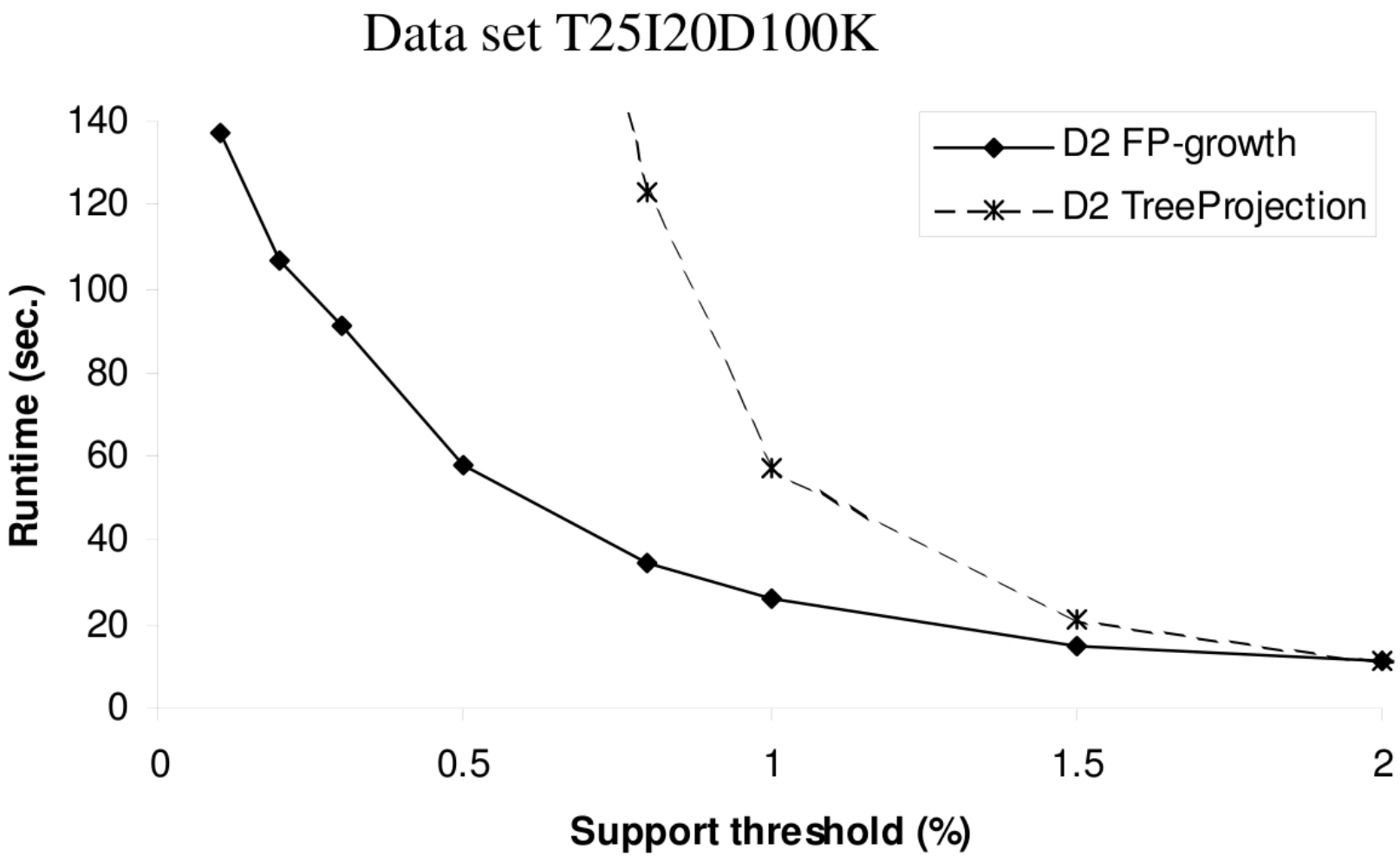
Why Is Frequent Pattern Growth Fast?

- Our performance study shows
  - FP-growth is an order of magnitude faster than Apriori, and is also faster than tree-projection
- Reasoning
  - No candidate generation, no candidate test
  - Use compact data structure
  - Eliminate repeated database scan
  - Basic operation is counting and FP-tree building

FP-growth vs. Apriori: Scalability With the Support Threshold



FP-growth vs. Apriori: Scalability With the Support Threshold



Was wissen wir jetzt?

- FP-growth als Alternative zu Apriori
  - Schneller, weil keine Kandidaten generiert werden
  - Kompaktes Speichern
  - Basisoperation ist einfach Zählen.
- Der FP-Baum gibt Präfixbäume für ein Suffix an.
- Die Ordnungsrelation ist die Häufigkeit der items.
  - Der Baum wird vom häufigsten zum seltensten gebaut.
  - Die bedingte Basis wird vom seltensten Suffix zum häufigsten erstellt.