



Vorlesung Wissensentdeckung

MinEx

Katharina Morik, Claus Weihs

LS 8 Informatik
Computergestützte Statistik
Technische Universität Dortmund

16.7.2009



Gliederung

1 Closed Item Sets

2 Free sets

3 MinEx



Wir erinnern uns...

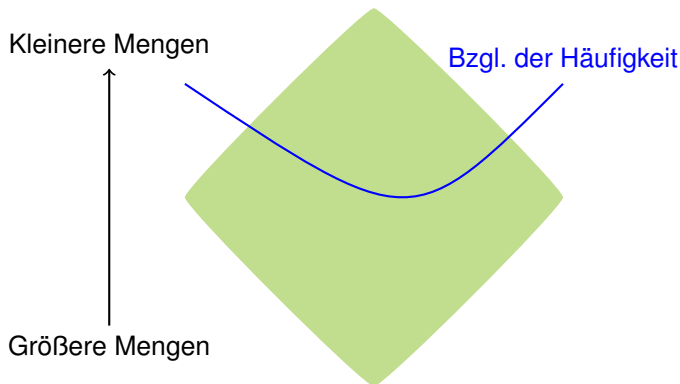
- Hypothesen werden in einem Verband angeordnet.
- Ein Versionenraum gibt die möglichen Hypothesen an, die zu den gegebenen Daten passen - durch weitere Daten wird der Versionenraum weiter eingeschränkt:
 - Wenn ein positives Beispiel nicht abgedeckt ist, wird die Menge der speziellsten Hypothesen generalisiert,
 - Wenn ein negatives Beispiel abgedeckt ist, wird die Menge der generellsten Hypothesen spezialisiert.



In anderen Worten:

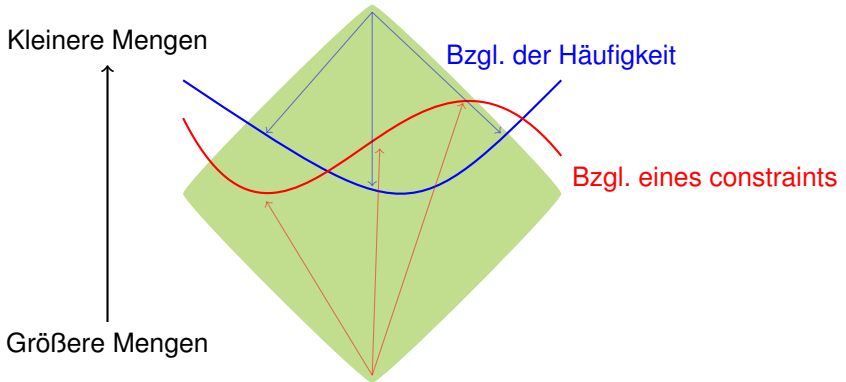
- Wir müssen also aus den Beispielen
 - eine untere Grenze und
 - eine obere Grenze konstruieren.
- Eine Halbordnung bzgl. Teilmengenbeziehung haben wir schon.
- Die Grenzen haben wir auch.
- Gemerkt?

Untere Grenze



- Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen. (Anti-Monotonie)
- Beschneiden der Ausgangsmengen für die Kandidatengenerierung gemäß dieser Grenze!

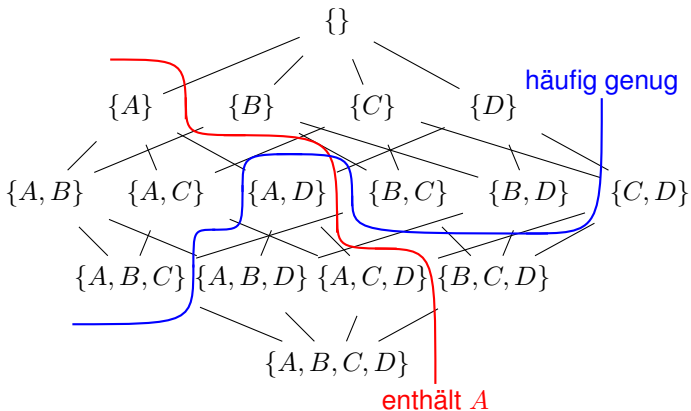
Obere Grenze



- Monotonie der Seltenheit: Wenn eine Teilmenge selten ist, so auch jede Menge, die sie enthält. Seltenheit ist ein constraint.
- Beschneidung der Kandidatengenerierung nach der Monotonie.

Beispiel mit Frequency threshold 0.3

A	B	C	D
1	0	1	0
1	1	1	0
0	1	1	1
0	1	0	1
1	1	1	0



Dank an Jean-Francois Boulicaut!



Kondensierte Repräsentationen

- Statt Suche nach allen häufigen Mengen: Suche nach einer kondensierten Repräsentation,
 - die kleiner ist als die ursprüngliche Repräsentation und
 - aus der wir alle häufigen Mengen und ihre Häufigkeit ableiten können, ohne noch mal die Daten selbst anzusehen.
- Kondensierte Repräsentationen für Assoziationsregeln:
 - Closed item sets
 - Free sets
- Operator, der die Menge aller Assoziationsregeln ableitet:
 - Cover operator



Closed Item Sets

A	B	C	D
1	1	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1
1	1	1	0

- $closure(S)$ ist die maximale Obermenge (gemäß der Teilmengenbeziehung) von S , die noch genauso häufig wie S vorkommt.
- S ist ein closed item set, wenn $closure(S) = S$
- $support(S) = support(closure(S))$ (für alle S)
- Bei einem Schwellwert von 0.1 sind alle Transaktionen häufig genug.
- Closed sind: $C, AC, BC, ABC, ABCD$
 - keine Obermenge von C kommt auch 6 mal vor
 - A kommt 5 mal vor, aber auch die Obermenge AC und keine Obermenge von AC



Kondensierte Repräsentation und Ableitung

- Closed item sets sind eine kondensierte Repräsentation:
 - Sie sind kompakt.
 - Wenn man die häufigen closed item sets C berechnet hat, braucht man nicht mehr auf die Daten zuzugreifen und kann doch alle häufigen Mengen berechnen.
- Ableitung:
 - Für jede Menge S prüfen wir anhand von C : Ist S in einem Element X von C enthalten?
 - Nein , dann ist S nicht häufig.
 - Ja , dann ist die Häufigkeit von S genau die der kleinsten solchen Obermenge X .
 - Wenn es in mehreren Elementen von C vorkommt, nimm die maximale Häufigkeit!



Freie Mengen (free sets)

- Eine Menge S ist δ -frei, wenn es keine Regel mit δ oder weniger Ausnahmen zwischen ihren Elementen gibt.

- Beispiel

- $support(\{a, c, f\}) = 128$
- $support(\{a, c, f, g\}) = 125$

Hier hat die Regel $acf \rightarrow g$ also 3 Ausnahmen, daher ist $\{a, c, f, g\}$ nicht 3-frei



Freie Mengen (free sets)

- Aus einer 0-freien Menge lässt sich also keine exakte Regel bilden
- Also hat jede echte Teilmenge einer 0-freien Menge X höheren Support als X
- Also hat keine 0-freie Menge X eine echte Teilmenge Y mit:

$$\text{closure}(Y) = \text{closure}(X) \text{ und } \text{support}(Y) = \text{support}(X)$$

- Also sind die 0-freien Mengen die kleinsten Mengen, aus denen sich die closed item sets mit gleichem Support berechnen lassen!
- Weiterhin gilt: jede Menge M hat eine δ -freie Teilmenge, mit der sich der Support von M approximieren lässt (hier nicht behandelt)

Beispiel

- Bei einem Schwellwert von 0.2 sind die häufigen 0-freien Mengen:

A	B	C	D
1	1	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1
1	1	1	0

$\{\}, A, B, D, AB$

- Closed sind: $C, AC, BC, ABC, ABCD$

$$\text{closure}(\{\}) = C, \quad \text{support}(\{\}) = \text{support}(C)$$

$$\text{closure}(A) = AC \quad \dots$$

$$\text{closure}(B) = BC \quad \dots$$

$$\text{closure}(D) = ABCD \quad \dots$$

$$\text{closure}(AB) = ABC, \quad \text{support}(AB) = \text{support}(ABC)$$

Nicht 0-freie Mengen: $AC : A \rightarrow C, AD : D \rightarrow A, BC : B \rightarrow C, BD : D \rightarrow B, CD : D \rightarrow C, ABC, ABD, ACD, BCD, ABCD$



Arbeiten mit freien Mengen

- $Free(r, \delta)$: Eine Menge X ist δ -frei, wenn es in r keine Regel zwischen ihren Elementen mit weniger als δ Ausnahmen gibt \rightarrow So eine Regel heißt δ -stark
- $Freq(r, \sigma) : \{X | X \subseteq R, (\frac{|\{t|t \in r, X \subseteq t\}|}{|r|}) \geq \sigma\}$
- $FreqFree(r, \sigma, \delta) : Freq(r, \sigma) \cap Free(r, \delta)$
- **Antimonotonie:** Für $Y \subseteq X \in Free(r, \delta)$ gilt $Y \in Free(r, \delta)$



Arbeiten mit freien Mengen

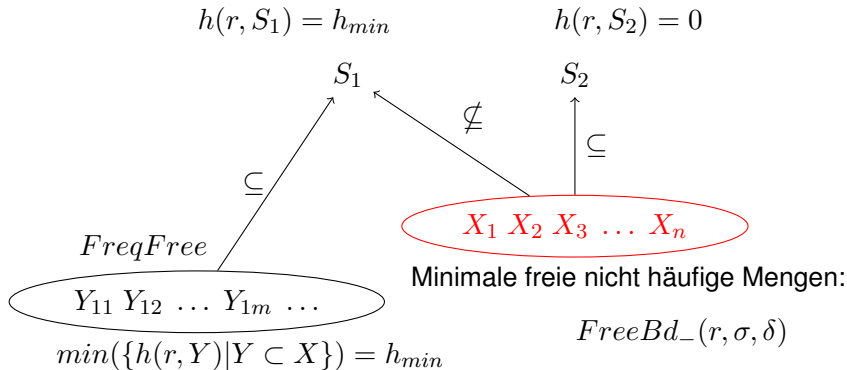
- Negative Grenze:

$$\text{FreeBd}_-(r, \sigma, \delta) : \{X \subseteq R \mid X \in \text{Free}(r, \delta), X \notin \text{Freq}(r, \sigma) \text{ und} \\ \forall Y \subset X : Y \in \text{FreqFree}(r, \sigma, \delta)\}$$

Also die kürzesten Mengen, die δ -frei sind, aber nicht häufig, und deren Teilmengen sowohl häufig als auch δ -frei sind.

- Wir schätzen die Häufigkeit einer Menge S so ab:
Falls $\exists X$ mit $X \subseteq S$ und $X \in \text{FreeBd}_-(r, \sigma, \delta)$, so ist S nicht häufig. Sonst approximiere die Häufigkeit von S durch die kleinste Häufigkeit einer Teilmenge Z von S mit $Z \in \text{FreqFree}(r, \sigma, \delta)$.

Abschätzung





MinEx

- Statt alle häufigen Mengen zu suchen, brauchen wir nur noch alle Mengen aus $\text{FreqFree}(r, \sigma, \delta)$ zu suchen.
- Bottom-up Suche im Halbverband der Mengen beginnt beim leeren Element, nimmt dann alle 1-elementigen Mengen,... endet bei den größten Mengen, die noch $\text{FreqFree}(r, \sigma, \delta)$ sind.
- Der Test, ob Mengen frei sind, erfordert das Bilden von strengen Regeln und erlaubt das Pruning der Mengen, in denen solche gefunden wurden.

Algorithmus von Jean-Francois Boulicaut



Algorithmus (abstrakt)

- **Gegeben:** Eine binäre Datenbasis r über Objekten R und die Schwellwerte σ und δ ,
- **Ausgabe:** $FreqFree(r, \sigma, \delta)$

Listing 1: MinEx-Algorithmus

```
1  $C_0 := \{\{\}\}$ 
2  $i := 0$ 
3 While  $C_i \neq \{\}$  do
4    $FreqFree_i := \{X | X \in C_i, X \text{ ist } \sigma\text{-häufig und } \delta\text{-frei}\}$ 
5    $C_{i+1} := \{X | X \subseteq R, \forall Y \subset X, Y \in FreqFree_j(r, \sigma, \delta), j \leq i\} \setminus (\cup_{j \leq i} C_j)$ 
6    $i := i + 1$ 
7 Output  $\cup_{j < i} FreqFree_j$ 
```



Pruning

- In der i -ten Iteration werden die δ -starken Regeln der Form $X \rightarrow \{A\}$ berechnet, wobei X häufig und frei ist auf der i -ten Ebene und $A \subseteq \frac{R}{X}$.
- Das Ergebnis wird verwendet, um alle nicht δ -freien Mengen zu entfernen - sie sind keine Kandidaten mehr in der $i + 1$ -ten Iteration.



Eigenschaften von MinEx

- Der Algorithmus ist immer noch aufwändig, aber schneller als APRIORI und schneller als die Verwendung von closed sets.
- Der Algorithmus ist exponentiell in der Menge R .
- Der Algorithmus ist linear in der Menge der Datenbanktupel, wenn δ im selben Maße steigt wie die Zahl der Tupel, wenn also bei doppelter Tupelzahl auch δ verdoppelt wird.
- Für $\delta > 0$ liefern die δ -freien Mengen nur eine Approximation des tatsächlichen Supports. In der Praxis ist eine durchschnittliche Abweichung von 0.3% aber kein Problem.



Was wissen Sie jetzt?

- Sie kennen zwei Repräsentationen, die weniger Elemente für eine Suche nach häufigen Mengen ausgeben als eben alle häufigen Mengen. Aus diesen Repräsentationen können alle häufigen Mengen hergeleitet werden.
 - Die closed sets sind maximale Obermengen von S mit derselben Häufigkeit wie S .
 - Die free sets sind Mengen, aus denen man keine Assoziationsregeln machen kann.
- Wenn man die größten häufigen freien Mengen berechnet, hat man die untere Grenze im Versionenraum für Assoziationsregeln gefunden.
- Der Algorithmus MinEx findet diese Grenze.