



Vorlesung Wissensentdeckung

Apriori

Katharina Morik, Claus Weihs

LS 8 Informatik
Computergestützte Statistik
Technische Universität Dortmund

12.4.2010



Gliederung

1 Apriori

2 FP-Tree



Lernen von Assoziationsregeln

Gegeben:

- R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben
- t eine Transaktion, $t \subseteq R$
- r eine Menge von Transaktionen
- $S_{min} \in [0, 1]$ die minimale Unterstützung,
- $Conf_{min} \in [0, 1]$ die minimale Konfidenz

Finde alle Regeln c der Form $X \rightarrow Y$, wobei $X \subseteq R$, $Y \subseteq R$,
 $X \cap Y = \{\}$

$$s(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \in t\}|}{|r|} \geq S_{min} \quad (1)$$

$$conf(r, c) = \frac{|\{t \in r \mid X \cup Y \in t\}|}{|\{t \in r \mid X \in t\}|} \geq Conf_{min} \quad (2)$$



Binäre Datenbanken

Sei R eine Menge von Objekten, die binäre Werte haben, und r eine Menge von Transaktionen, dann ist $t \subseteq R$ eine Transaktion.

$$R = \{A, B, C\}$$

$$t = \{B, C\} \in R$$

A	B	C	ID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4



Warenkorbanalyse

Aftershave	Bier	Chips	EinkaufsID
0	1	1	1
1	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4

$$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier}\} \quad s = \frac{1}{4}, \text{conf} = \frac{1}{2}$$

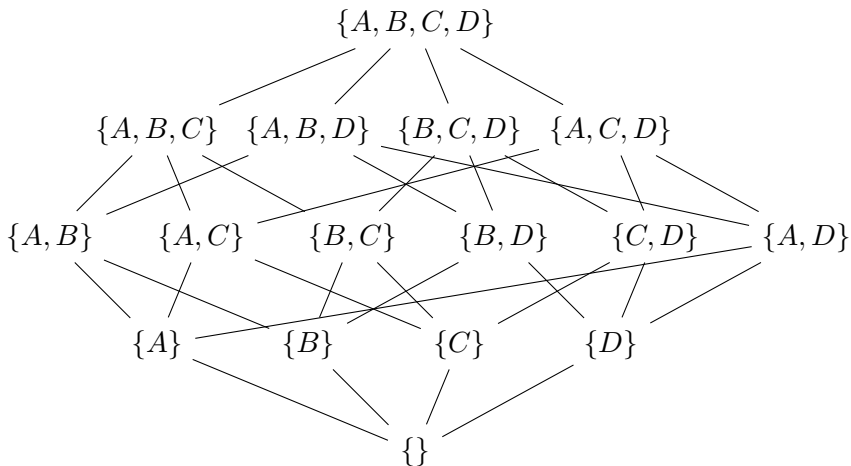
$$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Chips}\} \quad s = 0$$

$$\{\text{Bier}\} \rightarrow \{\text{Chips}\} \quad s = \frac{1}{2}, \text{conf} = \frac{2}{3} \text{ (zusammen anbieten?)}$$

$$\{\text{Chips}\} \rightarrow \{\text{Aftershave}\} \quad s = 0$$

$$\{\text{Aftershave}\} \rightarrow \{\text{Bier, Chips}\} \quad s = 0$$

Verband



Ordnungsrelation

- Hier ist die Ordnungsrelation die Teilmengenbeziehung.
- Eine Menge S_1 ist größer als eine Menge S_2 , wenn $S_1 \supseteq S_2$.
- Eine kleinere Menge ist allgemeiner.



Assoziationsregeln

LH: Assoziationsregeln sind keine logischen Regeln!

- In der Konklusion können mehrere Attribute stehen
- Attribute sind immer nur binär.
- Mehrere Assoziationsregeln zusammen ergeben kein Programm.

LE: Binärvektoren (Transaktionen)

- Attribute sind eindeutig geordnet.

Aufgabe:

- Aus häufigen Mengen Assoziationsregeln herstellen



Apriori Algorithmus

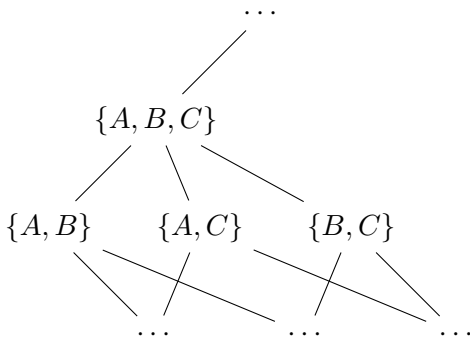
(Agrawal, Mannila, Srikant, Toivonen, Verkamo 1996)

LH des Zwischenschritts: Häufige Mengen $L_k = X \cup Y$ mit k Objekten (large itemsets, frequent sets)

- Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen. (Anti-Monotonie)
- Wenn eine Menge selten ist, so auch all ihre Obermengen. (Monotonie)
- Wenn X in L_{k+1} dann alle $S_i \subseteq X$ in L_k (Anti-Monotonie)
- Alle Mengen L_k , die $k - 1$ Objekte gemeinsam haben, werden vereinigt zu L_{k+1} .

Dies ist der Kern des Algorithmus, die Kandidatengenerierung.

Beispiel



- Wenn $\{A, B, C\}$ häufig ist, dann sind auch $\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ häufig.
- Das bedeutet, daß $\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ ($k = 2$) häufig sein müssen, damit $\{A, B, C\}$ ($k + 1 = 3$) häufig sein *kann*.
- Also ergeben die häufigen Mengen aus L_k die Kandidaten C_{k+1}



Beispiel

Gesucht werden Kandidaten mit $k + 1 = 5$

$$L_4 = \{\{ABCD\}, \{ABCE\}, \{ABDE\}, \{ACDE\}, \{BCDE\}\}$$

- $k - 1$ Stellen gemeinsam vereinigen zu:

$$l = \{ABCDE\}$$

- Sind alle k langen Teilmengen von l in L_4 ?
 $\{ABCD\}\{ABCE\}\{ABDE\}\{ACDE\}\{BCDE\}$ - ja!
- Dann wird l Kandidat C_5 .

$$L_4 = ABCD, ABCE$$

$$l = ABCDE$$

- Sind alle Teilmengen von l in L_4 ?
 $\{ABCD\}\{ABCE\}\{ABDE\}\{ACDE\}\{BCDE\}$ - nein!
- Dann wird l nicht zum Kandidaten.



Kandidatengenerierung

- Erzeuge-Kandidaten(L_k)

- $C_{k+1} := \{\}$
- For all l_1, l_2 in L_k , sodass

$$l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} \text{ und}$$

$$l_2 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i'_k\} i'_k < i_k$$

- $l := \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k, i'_k\}$
- if alle k -elementigen Teilmengen von l in L_k sind, then

$$C_{k+1} := C_{k+1} \cup \{l\}$$

- return C_{k+1}

- Prune(C_{k+1}, r) vergleicht Häufigkeit von Kandidaten mit s_{min} .



Häufige Mengen

- Häufige-Mengen(R, r, s_{min})
 - $C_1 := \cup_{i \in \mathbb{R}} i, k = 1$
 - $L_1 := \text{Prune}(C_1)$
 - while $L_k \neq \{\}$
 - $C_{k+1} := \text{Erzeuge-Kandidaten}(L_k)$
 - $L_{k+1} := \text{Prune}(C_{k+1}, r)$
 - $k := k + 1$
 - return $\cup_{j=2}^k L_j$



APRIORI

- Apriori($R, r, s_{min}, conf_{min}$)
 - $L := \text{Häufige-Mengen}(R, r, s_{min})$
 - $c := \text{Regeln}(L, conf_{min})$
 - return c



Regelgenerierung

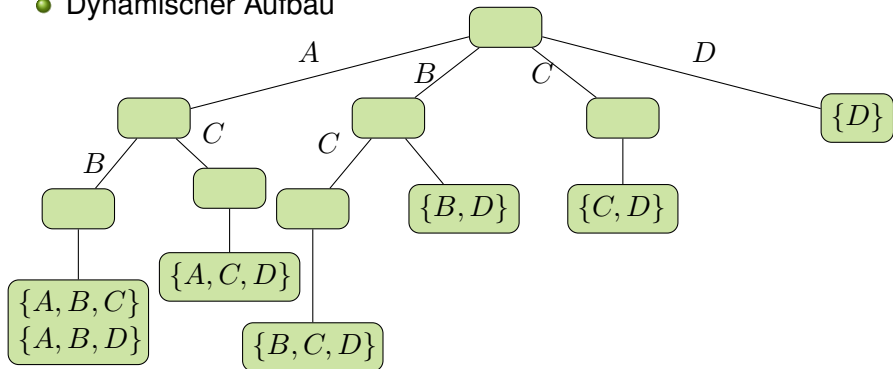
Aus den häufigen Mengen werden Regeln geformt. Wenn die Konklusion länger wird, kann die Konfidenz sinken. Die Ordnung der Attribute wird ausgenutzt:

$$\begin{array}{lll} l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} & c_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}\} \rightarrow \{i_k\} & \text{conf}_1 \\ l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} & c_2 = \{i_1, \dots\} \rightarrow \{i_{k-1}, i_k\} & \text{conf}_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ l_1 = \{i_1, \dots, i_{k-1}, i_k\} & c_k = \{i_1\} \rightarrow \{\dots, i_{k-1}, i_k\} & \text{conf}_k \end{array}$$

$$\text{conf}_1 \geq \text{conf}_2 \geq \dots \geq \text{conf}_k$$

Implementierung

- Hash-Tree für den Präfixbaum, der sich aus der Ordnung der Elemente in den Mengen ergibt.
- An jedem Knoten werden Schlüssel und Häufigkeit gespeichert.
- Dynamischer Aufbau





Was wissen Sie jetzt?

- Assoziationsregeln sind keine logischen Regeln.
- Anti-Monotonie der Häufigkeit: Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen.
- Man erzeugt häufige Mengen, indem man häufige Teilmengen zu einer Menge hinzufügt und diese Mengen dann auf Häufigkeit testet. Bottom-up Suche im Verband der Mengen.
- Monotonie der Seltenheit: Wenn eine Teilmenge selten ist, so auch jede Menge, die sie enthält.
- Man beschneidet die Suche, indem Mengen mit einer seltenen Teilmenge nicht weiter betrachtet werden.



Probleme von Apriori

- Im schlimmsten Fall ist Apriori exponentiell in R , weil womöglich alle Teilmengen gebildet würden. In der Praxis sind die Transaktionen aber spärlich besetzt. Die Beschneidung durch s_{min} und $conf_{min}$ reicht bei der Warenkorbanalyse meist aus.
- Apriori liefert unglaublich viele Regeln.
- Die Regeln sind höchst redundant.
- Die Regeln sind irreführend, weil die Kriterien die a priori Wahrscheinlichkeit nicht berücksichtigen. Wenn sowieso alle Cornflakes essen, dann essen auch hinreichend viele FuSSballer Cornflakes.



Prinzipien für Regelbewertungen

- 1 $RI(A \rightarrow B) = 0$, wenn $|A \rightarrow B| = \frac{(|A||B|)}{|r|}$
 A und B sind unabhängig.
- 2 $RI(A \rightarrow B)$ steigt monoton mit $|A \rightarrow B|$.
- 3 $RI(A \rightarrow B)$ fällt monoton mit $|A|$ oder $|B|$.

Also:

- $RI > 0$, wenn $|A \rightarrow B| > \frac{(|A||B|)}{|r|}$, d.h. wenn A positiv mit B korreliert ist.
- $RI < 0$, wenn $|A \rightarrow B| < \frac{(|A||B|)}{|r|}$, d.h. wenn A negativ mit B korreliert ist.

Wir wissen, dass immer $|A \rightarrow B| \leq |A| \leq |B|$ gilt, also

- RI_{min} , wenn $|A \rightarrow B| = |A|$ oder $|A| = |B|$
- RI_{max} , wenn $|A \rightarrow B| = |A| = |B|$

Piatetsky-Shapiro 1991



Konfidenz

- Die Konfidenz erfüllt die Prinzipien nicht! (Nur das 2.) Auch unabhängige Mengen A und B werden als hoch-konfident bewertet.
- Die USA-Census-Daten liefern die Regel

aktiv-militär \rightarrow kein-Dienst-in-Vietnam

mit 90% Konfidenz. Tatsächlich ist

$s(\text{kein-Dienst-in-Vietnam}) = 95\%$ Es wird also wahrscheinlicher, wenn aktiv-militär gegeben ist!

- Gegeben eine Umfrage unter 2000 Schülern, von denen 60% Basketball spielen, 75% Cornflakes essen. Die Regel

Basketball \rightarrow Cornflakes

hat Konfidenz 66% Tatsächlich senkt aber Basketball die Cornflakes Häufigkeit!



Signifikanztest

- Ein einfaches Maß, das die Prinzipien erfüllt, ist:

$$|A \rightarrow B| - \frac{|A||B|}{|r|}$$

- Die Signifikanz der Korrelation zwischen A und B ist:

$$\frac{|A \rightarrow B| - \frac{|A||B|}{|r|}}{\sqrt{|A||B| \left(1 - \frac{A}{r}\right) \left(1 - \frac{|B|}{|r|}\right)}}$$



Sicherheitsmaß

Shortliffe, Buchanan 1990 führten ein Sicherheitsmaß CF ein
(für Regeln in Wissensbasen)

- Wenn $conf(A \rightarrow B) > s(B)$
$$CF(A \rightarrow B) = conf(A \rightarrow B) - \frac{s(B)}{1-s(B)}$$
- Wenn $conf(A \rightarrow B) < s(B)$
$$CF(A \rightarrow B) = conf(A \rightarrow B)$$
- Sonst
$$CF(A \rightarrow B) = 0$$

Das Sicherheitsmaß befolgt die Prinzipien für Regelbewertung.
Wendet man Signifikanztest oder Sicherheitsmaß an, erhält man weniger (irrelevante, irreführende) Assoziationsregeln.



Was wissen Sie jetzt?

- Sie haben drei Prinzipien für die Regelbewertung kennengelernt:
 - Unabhängige Mengen sollen mit 0 bewertet werden.
 - Der Wert soll höher werden, wenn die Regel mehr Belege hat.
 - Der Wert soll niedriger werden, wenn die Mengen weniger Belege haben.
- Sie haben drei Maße kennen gelernt, die den Prinzipien genügen:
 - Einfaches Maß
 - statistisches Maß und
 - Sicherheitsmaß



Jiawei Han and Micheline Kamber

Data Mining: Concepts and Techniques

Slides for Textbook - Chapter 6

Intelligent Database Systems Research Lab.

School of Computing Science.

Simon Fraser University, Canada.

<http://www.cs.sfu.ca>



Mining Frequent Patterns Without Candidate Generation

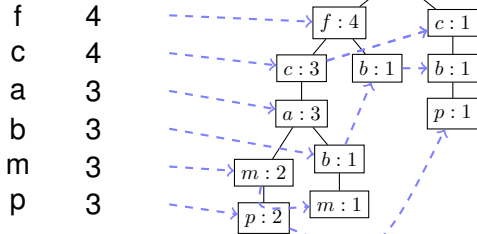
- Compress a large database into a compact, Frequent-Pattern tree (FP-tree) structure
 - highly condensed, but complete for frequent pattern mining
 - avoid costly database scans
- Develop an efficient, FP-tree-based frequent pattern mining method
 - A divide-and-conquer methodology: decompose mining tasks into smaller ones
 - Avoid candidate generation: sub-database test only!

Construct FP-tree from a Transaction DB

TID	Items bought	(ordered) frequent items
100	{f, a, c, d, g, i, m, p}	{f, c, a, m, p}
200	{a, b, c, f, l, m, o}	{f, c, a, b, m}
300	{b, f, h, j, o}	{f, b}
400	{b, c, k, s, p}	{c, b, p}
500	{a, f, c, e, l, p, m, n}	{f, c, a, m, p}

$support_{min} = 0.5$

Item freq head



- 1 Scan DB once, find frequent 1-itemset (single item pattern)
- 2 Order frequent items in frequency descending order
- 3 Scan DB again, construct FP-tree



FP-Tree

- Ein *FP* Tree ist nach Häufigkeiten (von oben nach unten) geordnet.
- Ein *FP* Tree fasst Transaktionen als Wörter auf und stellt gemeinsame Präfixe verschiedener Wörter dar.
- Für jede Transaktion lege einen Pfad im *FP* Tree an:
 - Pfade mit gemeinsamem Präfix - Häufigkeit +1, Suffix darunter hängen.
 - Kein gemeinsamer Präfix vorhanden - neuen Zweig anlegen.
- Header Tabelle verweist auf das Vorkommen der items im Baum. Auch die Tabelle ist nach Häufigkeit geordnet.



Benefits of the *FP*-tree Structure

- **Completeness:**
 - never breaks a long pattern of any transaction
 - preserves complete information for frequent pattern mining
- **Compactness:**
 - reduce irrelevant information - infrequent items are gone
 - frequency descending ordering: more frequent items are more likely to be shared
 - never be larger than the original database (if not count node-links and counts)
 - Example: For Connect-4 DB, compression ratio could be over 100



Mining Frequent Patterns Using *FP*-tree

- General idea (divide-and-conquer)
 - Recursively grow frequent pattern path using the *FP*-tree
- Method
 - For each item, construct its *conditional pattern-base*, and then its *conditional FP-tree*
 - Repeat the process on each newly created conditional *FP-tree*
 - Until the resulting *FP-tree* is *empty*, or it contains *only one path* (single path will generate all the combinations of its sub-paths, each of which is a frequent pattern)

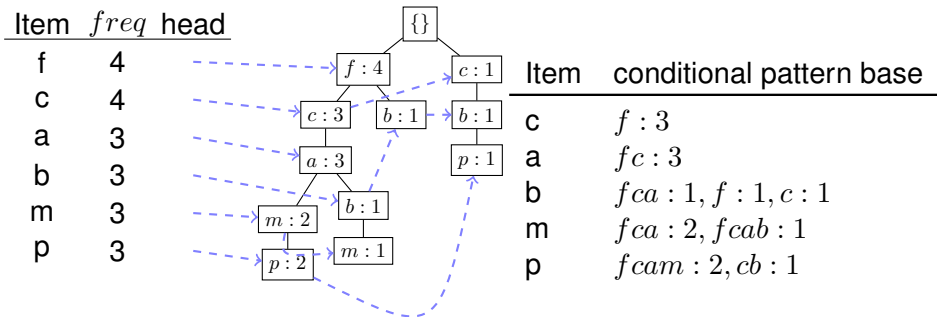


Major Steps to Mine FP -tree

- 1 Construct conditional pattern base for each node in the FP -tree
- 2 Construct conditional FP -tree from each conditional pattern-base
- 3 Recursively mine conditional FP -trees and grow frequent patterns obtained so far
 - If the conditional FP -tree contains a single path, simply enumerate all the patterns

Step 1: From *FP*-tree to Conditional Pattern Base

- Starting at the frequent header table in the *FP*-tree
- Traverse the *FP*-tree by following the link of each frequent item
- Accumulate all of transformed prefix paths of that item to form a conditional pattern base





Vom FP Tree zur Cond. Pattern Base

- Die Header Tabelle von unten (selten) nach oben durchgehen. Die Verweise führen zu den Pfaden, in denen das item vorkommt.
 - Das item wird als Suffix betrachtet und alle Präfixe davon als Bedingungen für dies Suffix.
 - Die Häufigkeiten der Präfixe werden von unten nach oben propagiert.



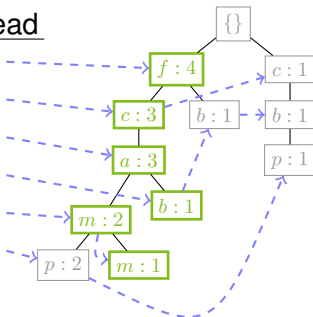
Properties of *FP*-tree for Conditional Pattern Base Construction

- Node-link property
 - For any frequent item a_i , all the possible frequent patterns that contain a_i can be obtained by following a_i 's node-links, starting from a_i 's head in the *FP*-tree header
- Prefix path property
 - To calculate the frequent patterns for a node a_i in a path P , only the prefix sub-path of a_i in P need to be accumulated, and its frequency count should carry the same count as node a_i .

Step 2: Construct Conditional FP-tree

- For each pattern-base
 - Accumulate the count for each item in the base
 - Construct the FP-tree for the frequent items of the pattern base

Item	freq	head
f	4	
c	4	
a	3	
b	3	
m	3	
p	3	



m-conditional
 pattern base:
 $fca : 2, fcab : 1$

m-conditional FP-tree:



{
 |
 f : 3
 |
 c : 3
 |
 a : 3



m -conditional FP-tree

m -conditional
pattern base:

$fca : 2, fcab : 1$

m -conditional FP-tree:

$\{\}$
|
 $f : 3$
|
 $c : 3$
|
 $a : 3$



All frequent patterns
concerning m

- m
- fm, cm, am
- $fc m, fa m, ca m$
- $fc a m$

Mining Frequent Patterns by Creating Conditional Pattern-Bases

Item	Conditional pattern-base	conditional <i>FP</i> -tree
p	$\{(fcam : 2), (cb : 1)\}$	$\{(c : 3)\} p$
m	$\{(fca : 2), (fcab : 1)\}$	$\{(f : 3, c : 3, a : 3)\} m$
b	$\{(fca : 1), (f : 1), (c : 1)\}$	Empty
a	$\{(fc : 3)\}$	$\{((f : 3, c : 3)) a$
c	$\{(f : 3)\}$	$\{(f : 3)\} c$
f	Empty	Empty



Cond. Pattern Base - Cond. *FP* Tree

- Präfixpfade eines Suffixes bilden die bedingte Basis.
- Diejenigen Präfixpfade, die häufiger als $support_{min}$ sind, bilden den bedingten *FP* Tree.
- Falls mehrere dieser Präfixpfade zu einem Suffix gleich sind (vom Anfang bis zu einer bestimmten Stelle), wird daraus ein Pfad bis zu dieser Stelle und die ursprünglichen Häufigkeiten werden addiert.
- Ansonsten gibt es mehrere Pfade im bedingten Baum.

Step 3: Recursively mine the conditional FP-tree

Cond. pattern
 base of
 "am": ($f : 3$)

Cond. pattern
 base of
 "cm": ($f : 3$)

Cond. pattern
 base of
 "cam": ($f : 3$)

m-conditional
 FP-tree:

am-conditional
 FP-tree:

cm-conditional
 FP-tree:

cam-conditional
 FP-tree:

$$\begin{array}{c}
 \{ \} \\
 | \\
 f : 3 \\
 | \\
 c : 3 \\
 | \\
 a : 3
 \end{array}$$
 \Rightarrow

$$\begin{array}{c}
 \{ \} \\
 | \\
 f : 3 \\
 | \\
 c : 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \{ \} \\
 | \\
 f : 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \{ \} \\
 | \\
 f : 3
 \end{array}$$



Single FP-tree Path Generation

- Suppose an FP-tree T has a single path P
- The complete set of frequent pattern of T can be generated by enumeration of all the combinations of the sub-paths of P

m -conditional FP-tree:

$$\begin{array}{c} \{ \} \\ | \\ f : 3 \\ | \\ c : 3 \\ | \\ a : 3 \end{array}$$

\Rightarrow

All frequent patterns concerning m

- m
- fm, cm, am
- $fc m, fam, cam$
- $fcam$



Cond. FP Tree - frequent sets

- Alle Teilmuster im bedingten FP Baum, der nur ein Zweig ist, und des Suffixes bilden die Menge häufiger Muster.
- Die gesuchte Menge der häufigen Mengen ist die Gesamtheit aller häufiger Muster aus allen bedingten FP Bäumen.



Principles of Frequent Pattern Growth

- Pattern growth property
 - Let α be a frequent itemset in DB , B be α 's conditional pattern base, and β be an itemset in B . Then $\alpha \cup \beta$ is a frequent itemset in DB iff β is frequent in B .
- “ $abcdef$ ” is a frequent pattern, if and only if
 - “ $abcde$ ” is a frequent pattern, and
 - “ f ” is frequent in the set of transactions containing “ $abcde$ ”



Algorithmus FP_growth

Input:

- D eine Transaktionsdatenbank
- $support_{min}$ ein Schwellwert der Häufigkeit
- ① Scan von D , Erstellen der Menge F häufiger items und ihrer Häufigkeiten, Ordnen von F in absteigender Häufigkeit.
- ② Wurzel des FP Trees ist Null. Für jede Transaktion $Trans$ in D :
nach Häufigkeit gemäß F geordnete items in $Trans$ werden zur Liste $[p|P]$, wobei p das erste item und P die restlichen sind. $insert_tree([p|P], T)$
- ③ $FP_growth(FP_tree, null)$


$$\text{insert_tree}([p|P], T)$$

- Wenn T ein Kind N hat mit $N.item_name = p.item_name$ dann erhöhe Häufigkeit von $N + 1$.
- Sonst bilde neuen Knoten N mit Häufigkeit = 1 direkt unter T und füge Knotenverweise zu den Knoten mit dem selben *item.name* ein.
- Solange P nicht $\{\}$ ist, $\text{insert_tree}(P, N)$.

 $fp_growth(Tree, \alpha)$

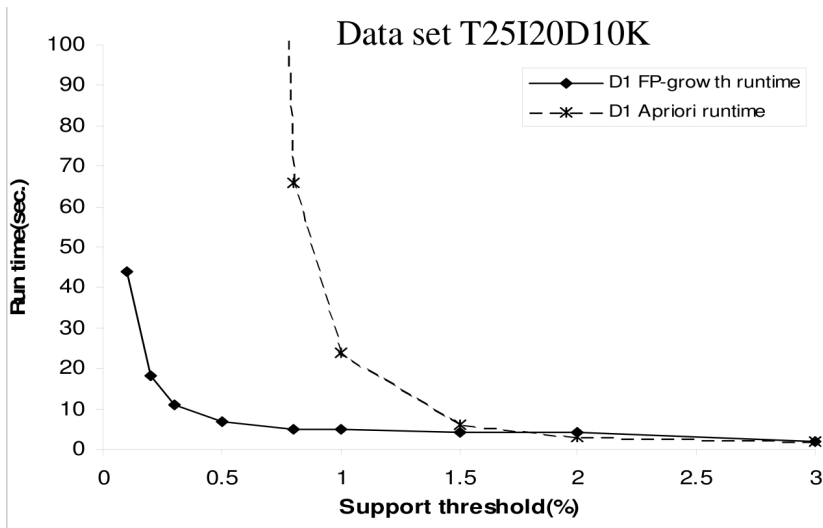
- Wenn Tree ein einziger Pfad P ist,
 - dann generiere für jede Kombination β von Knoten in P Muster $\beta \cup \alpha$ mit $support = support_{min}$ eines items in β .
- Sonst für jedes a_i in header von Tree
 - generiere Muster $\beta = a_i \cup \alpha$ mit $s = a_i.s$
 - konstruiere β cond. base und daraus β cond. FP tree $Tree_\beta$
 - Wenn $Tree_\beta$ nicht {}, dann $fp_growth(Tree_\beta, \beta)$



Why Is Frequent Pattern Growth Fast?

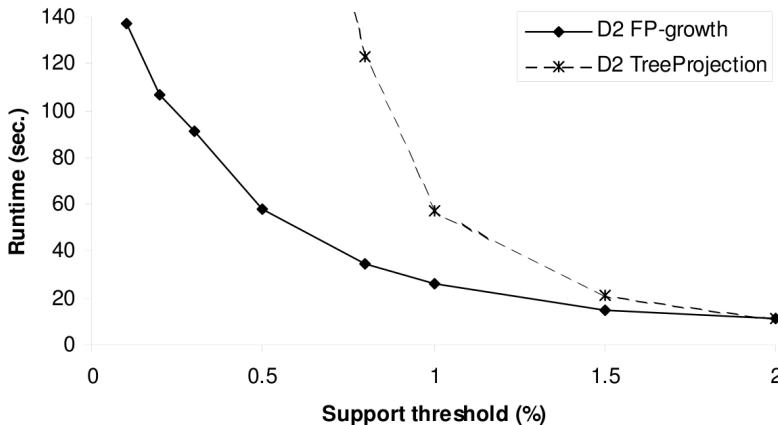
- Our performance study shows
 - *FP*-growth is an order of magnitude faster than Apriori, and is also faster than tree-projection
- Reasoning
 - No candidate generation, no candidate test
 - Use compact data structure
 - Eliminate repeated database scan
 - Basic operation is counting and *FP*-tree building

FP-growth vs. Apriori: Scalability With the Support Threshold



FP-growth vs. Apriori: Scalability With the Support Threshold

Data set T25I20D100K





Was wissen wir jetzt?

- *FP-growth* als Alternative zu Apriori
 - Schneller, weil keine Kandidaten generiert werden
 - Kompaktes Speichern
 - Basisoperation ist einfach Zählen.
- Der *FP*-Baum gibt Präfixbäume für ein Suffix an.
- Die Ordnungsrelation ist die Häufigkeit der items.
 - Der Baum wird vom häufigsten zum seltensten gebaut.
 - Die bedingte Basis wird vom seltensten Suffix zum häufigsten erstellt.